Opções de Mitigação de Emissões de Gases de Efeito Estufa em Setores-Chave do Brasil

MODELAGEM DA ECONOMIA DE BAIXO CARBONO

EQUILÍBRIO GERAL COMPUTÁVEL

Weslem Rodrigues Faria

Março de 2015

Esse material objetiva a capacitação acerca das metodologias empregadas no projeto "Opções de mitigação de emissões de GEE em setores-chaves do Brasil". Portanto, seu conteúdo não expressa resultados do projeto.

Modelagem Econômica

- Modelo econômico: descrição básica da teoria pura e teoria aplicada
- Técnicas de modelagem de equilíbrio geral
- Como alimentar o modelo EGC
- Premissas sobre as variáveis endógenas e exógenas
- Interação entre modelagem econômica e energética
- Referências

Objetivo

- O primeiro treinamento de modelagem econômica tem como objetivo apresentar inicialmente aspectos econômicos teóricos e práticos que fundamentam as técnicas utilizadas para análise de problemas em economia real. Faz parte do escopo a apresentação das técnicas utilizadas e a forma de integração com a estrutura energética.

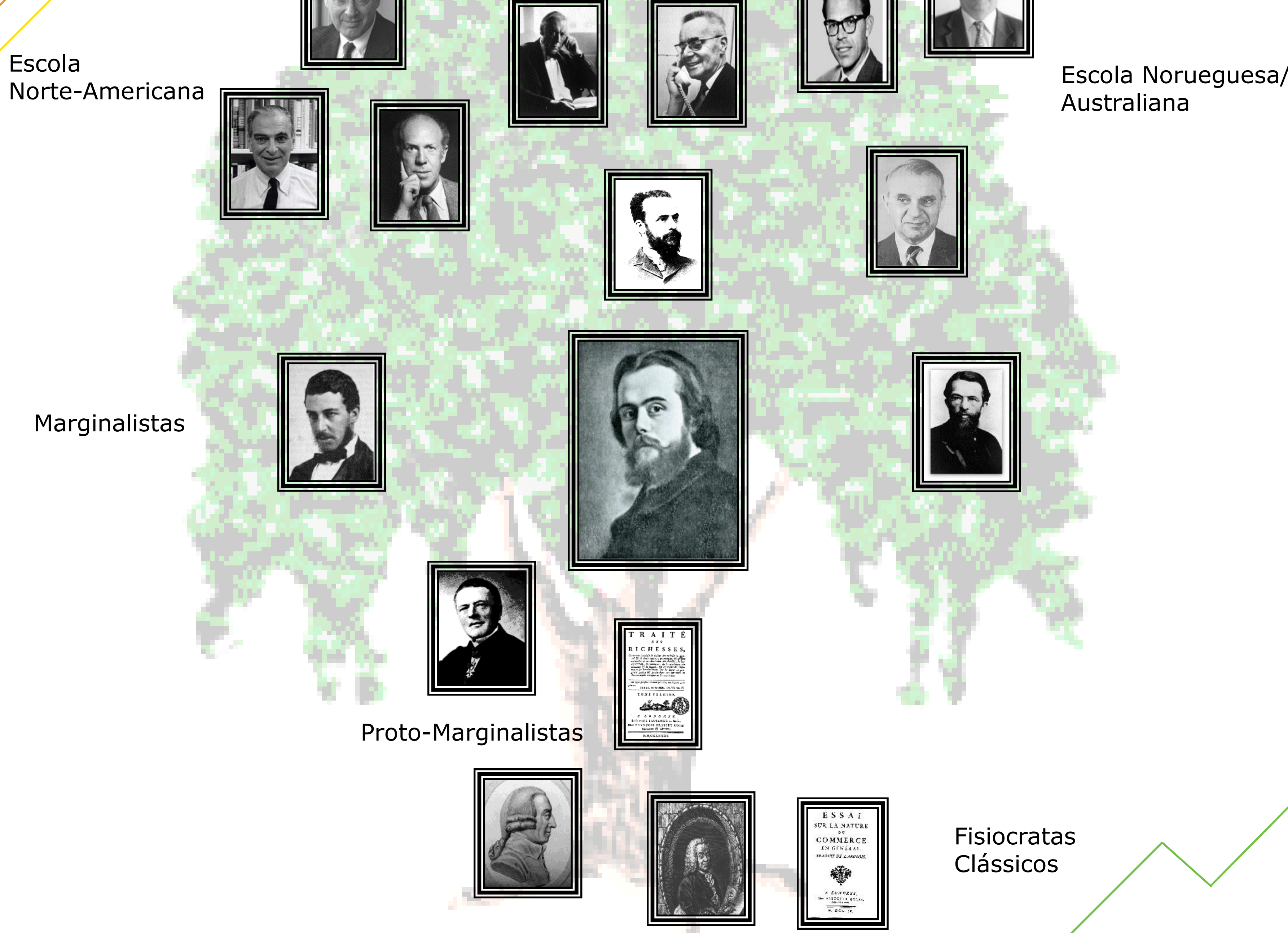
Modelo econômico: descrição básica da teoria pura e teoria aplicada

Apresenta o background da modelagem econômica a ser discutida, isto é, a esfera da teoria pura e a esfera da teoria aplicada

Modelo econômico

- ***Um modelo é uma representação simplificada da realidade econômica*** expressa através de símbolos e operações matemáticas que busca descrever um certo conjunto de relações econômicas.
- Um modelo econômico pode ser definido como uma expressão matemática de uma determinada teoria econômica.
- O objetivo do modelo não é reproduzir completamente a realidade, mas abstrair aspectos essenciais (e.g. pressupostos e hipóteses) que subsidiam o entendimento de como funcionam fenômenos do mundo real.
- As principais características de um modelo econômico são: i) que represente um fenômeno econômico; ii) tenha simplificações e; iii) elaborado de forma matemática.

Genealogia dos modelos de equilíbrio geral


Escola Norte-Americana
Escola Norueguesa/ Australiana
Marginalistas
Proto-Marginalistas
Fisiocratas Clássicos

Paradigma Walrasiano de Equilíbrio Geral

m fatores de produção cujas quantidades disponíveis são $R_1,\ldots,R_m$

n produtos cujas quantidades produzidas são $X_1,\ldots,X_n$

$p_1,\ldots,p_n$ são os preços dos produtos

$v_1,\ldots,v_m$ são os preços dos fatores

a_{ij}, $i=1,\ldots m$; $j=1,\ldots,n$ são coeficientes técnicos de produção

Paradigma Walrasiano de Equilíbrio Geral (cont.)

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \ldots + a_{1n}X_n = R_1 \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \ldots + a_{2n}X_n = R_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ \ldots\ldots\ldots\ \ldots\ldots\ldots\ \ldots\ldots \\ a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \ldots + a_{mn}X_n = R_m \end{array}\right\}$$

Pleno emprego dos fatores de produção (serviços produtivos)

$$\left.\begin{array}{l} p_j = a_{1j}v_1 + a_{2j}v_2 + \ldots + a_{mj}v_m \\ j = 1, \ldots, n \end{array}\right\}$$

Preços dos produtos equivalem a seus preços de custo em serviços produtivos

$$\left.\begin{array}{l} X_1 = f_1(p_1, p_2, \ldots, p_n, v_1, v_2, \ldots, v_n) \\ X_2 = f_2(p_1, p_2, \ldots, p_n, v_1, v_2, \ldots, v_n) \\ \ldots\ldots\ldots\ \ldots\ldots\ldots\ \ldots\ldots\ldots\ \ldots\ldots\ldots\ . \\ X_n = f_n(p_1, p_2, \ldots, p_n, v_1, v_2, \ldots, v_n) \end{array}\right\}$$

Quantidades produzidas correspondem às quantidades procuradas pelos consumidores

A esfera da teoria pura

Modelo Arrow-Debreu

(A.1) Bens

Há *L* bens,

Uma relação de quantidades de todas as mercadorias é fornecida por um vetor em R^L

(A.2) Consumidores

Há *I* consumidores,

Cada consumidor *i* se caracteriza por um conjunto de consumo convexo

Supõe-se que as preferências dos consumidores sejam racionais (completas e transitivas), contínuas, convexas e não saciadas localmente

Modelo Arrow-Debreu (cont.)

(A.3) Firmas

Há J firmas, $j = 1,\ldots,J$

Cada firma j caracteriza-se por sua capacidade tecnológica de transformação dos bens, $Y_j \subset R^L$

Um plano de produção $y \in R^L$ é factível para a firma j se $y \in Y_j$

Y_j é um conjunto fechado, estritamente convexo, que contém 0

Modelo Arrow-Debreu (cont.)

(A.4) Dotação inicial

Cada consumidor *i* é caracterizado por um vetor de dotação inicial

$$e^i \in X^i \subset R^L$$

Cada consumidor *i* também possui uma participação inicial na propriedade de cada uma das *j* firmas:

$$\forall\ i = 1,\ldots, I,\ j = 1,\ldots, J,\ d_{ij} \geq 0,$$

$$\forall\ j = 1,\ldots, J, \sum_i d_{ij} = 1$$

Modelo Arrow-Debreu (cont.)

Equilíbrio

Definição. Dada uma economia privada, especificada por A.1-A.4, uma alocação (x*, y*) e um vetor de preços $p = (p_1, \ldots, p_L)$ constituirão um equilíbrio walrasiano (ou competitivo) se:

(i) Para todo j, y_j^* maximizar os lucros em Y_j; i.e.:

$$p \cdot y_j \leq p \cdot y_j^*, \forall\, y_j \in Y_j$$

(ii) Para todo i, x_i^* maximizar a utilidade na restrição orçamentária

$$\left\{ x_i \in X^i : px_i \leq pe_i + \sum_j d_{ij} p y_j^* \right\}$$

(iii) $\sum_i x_i^* = e + \sum_j y_j^*$

A esfera da teoria aplicada

*Wassily **Leontief**, 1906-1999*

*Leif **Johansen**, 1930-1982*

*Herbert E. **Scarf**, 1930-*

Modelos EGC – Definição

Um modelo de equilíbrio geral pode ser descrito, genericamente, pela expressão:

$$F(v,a)=0 \qquad (1)$$

onde *v* representa o vetor de variáveis endógenas e *a* o vetor de variáveis e parâmetros exógenos. A solução da equação (1) pode ser definida como $v^*(a)$ e, $v^*(a) \equiv H(a)$, como o vetor de resultados de interesse.

Modelos EGC – Definição (cont.)

Para se operacionalizar um modelo EGC, o primeiro grande desafio refere-se à sua **especificação**, ou seja, determinar *F(·)* através de um conjunto de equações que incorporem um histórico de conhecimentos econômicos, teóricos e empíricos.

O segundo desafio refere-se à **calibragem** do modelo, ou seja, determinar uma solução inicial, v^I e a^I, para o seu sistema de equações simultâneas, *F(·)*, tal que, uma vez calibrado, pode-se mostrar que as equações da forma estrutural são satisfeitas pelos valores do equilíbrio inicial $[F(v^I,a^I)=0]$.

Modelos EGC – Definição (cont.)

<u>Estruturas Analítica e Funcional</u>

Mecanismos de Funcionamento da Economia

<u>Estrutura Numérica</u>

Banco de Dados

"Fotografia da Economia"

Matriz de Contabilidade Social (MCS)

Uma MCS nada mais é do que um sistema de dados desagregados, consistentes e completos, que capta a interdependência existente dentro do sistema socioeconômico (**fluxo de renda**).

Representa um esforço de síntese das principais estatísticas econômicas: de um lado, o Sistema de Contas Nacionais (SCN); de outro, as informações relativas às empresas, famílias e demais instituições.

De forma desagregada, alcança o objetivo de proporcionar uma descrição inicial dos fluxos econômicos característicos de um dado país ou região, em um dado período de tempo.

Representação esquemática de uma MCS

Usos / Recursos		Sequência Numérica das Contas por Colunas *(j=1,…,k,…n)*					Totais
		1	….	k	….	n	
Sequência Numérica das Contas por Linhas *(i=1,…,k,…,n)*	1	$t_{1,1}$		$t_{1,k}$		$t_{1,n}$	$\sum_{j=1}^{n} t_{1,j}$
	….						
	k	$t_{k,1}$		$t_{k,k}$		$t_{k,n}$	$\sum_{j=1}^{n} t_{k,j}$
	….						
	n	$t_{n,1}$		$t_{n,k}$		$t_{n,n}$	$\sum_{j=1}^{n} t_{n,j}$
Totais		$\sum_{i=1}^{n} t_{i,1}$		$\sum_{i=1}^{n} t_{i,k}$		$\sum_{i=1}^{n} t_{i,n}$	

Matriz de Contabilidade Social (MCS)

A consistência (por construção) da MCS garante que, para cada conta, o total dos recursos é idêntico ao total dos usos. Considerando-se uma conta *k*, temos:

$$\sum_{j}^{n} t_{k,j} \equiv \sum_{i}^{n} t_{i,k}$$

A verificação da identidade acima para todas as contas é essencial para a constatação do equilíbrio entre recursos-usos para cada agente econômico, mercados de fatores e produtos, setores, e para a economia como um todo.

De fato, a **Lei de Walras** é verificada em uma MCS balanceada: se a identidade acima é verdadeira para *n-1* contas, então é verdadeira também para a *n-ésima* conta.

Modelos EGC – Definição (cont.)

Cada célula de uma MCS, que representa uma transação, pode ser considerada o resultado de um problema de otimização da(s) instituição(ões) relevante(s). Pode-se representar o fluxo de cada célula como:

$$t_{ij} = t(\mathbf{p}, \mathbf{q}; V, \theta)$$

onde **p** e **q** são, respectivamente, vetores de preços relativos (para bens e fatores) e vetores de quantidades

V é um vetor de fatores exógenos

θ é um vetor de parâmetros definindo a forma funcional relevante

Um modelo EGC é simplesmente a formalização desta representação geral de cada combinação, juntamente com as restrições de equilíbrio setorial e macroeconômico definidas pela MCS

Escola Norueguesa/Australiana	*Escola Norte-Americana*
Equações em variações percentuais	Equações em nível
Abordagem de Johansen	Abordagem de Scarf
Bancos de dados detalhados	Bancos de dados menos detalhados
Análise de políticas	Sustentação de pontos teóricos
"Ganhadores" e "perdedores"	Bem-estar nacional
Foco no curto prazo	Foco no longo prazo
Ampla variedade de fechamentos	Um fechamento principal

A esfera das práticas operacionais

Opção pela modelagem

É impraticável confiar apenas na intuição!

A solução padrão é **complementar** e testar o raciocínio econômico e a intuição com algum tipo de modelo formal

Modelos combinam a visão geral das relações relevantes e dos mecanismos de transmissão presentes em uma economia com dados resumindo o que se sabe sobre eles

Modelos **não são substitutos** para o exercício de raciocínio, julgamento e opção de política!

Por que modelos EGC?

Inquietação intelectual no início da década de 1970

Primeiro choque do petróleo: países produtores aumentam o preço do barril de óleo bruto de aproximadamente USD 2 para USD 8

Modelos econométricos não davam as respostas adequadas: "não haveria impactos relevantes"

Fato: crise do petróleo precipitou recessão mundial!

Filosofia de modelagem: "*let the data speak*"

Utilização de modelos EGC teria evitado tal erro

- Simulações *ex post* indicaram que o aumento do preço do petróleo, na presença de rigidez salarial, causaria desemprego considerável ao redor do mundo, concomitantemente a reduções de investimento e desaceleração do crescimento econômico

Revolução computacional

Aplicações

Leontief (1941)
Insumo-produto nacional

Johansen (1960)
EGC nacional

Leontief et al. (1965)
Insumo-produto multi-regional

Dixon et al. (1982)
EGC nacional

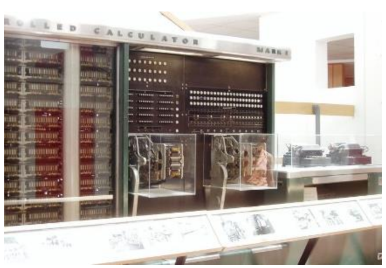
Haddad et al. (2007)
EGC multi-regional

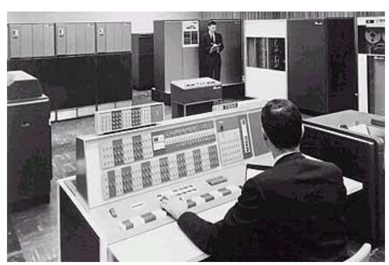
Software

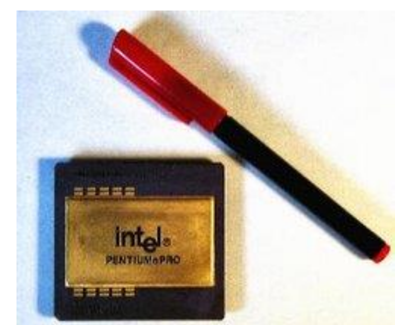
FORTRAN

GAMS, GEMPACK

Hardware







1940 | 1960 | 1980 | 2000

Tempo

Aplicações

Efeitos de alterações em...

- Impostos, consumo público e contribuições sociais;
- Tarifas e outras barreiras comerciais;
- Tecnologia;
- Preços internacionais;
- Custos de transporte;
- Políticas ambientais

... sobre

- Variáveis macroeconômicas;
- Variáveis setoriais;
- Variáveis regionais;
- Mercado de trabalho;
- Variáveis distributivas;
- Variáveis ambientais

Estado-da-arte

Características da estrutura numérica (coeficientes estruturais e parâmetros comportamentais) trazem incertezas para os resultados

- Enfoque sobre a estrutura numérica (preocupação crescente na literatura)
- Qual a influência dos parâmetros utilizados sobre os resultados obtidos?
- Análise de sensibilidade sistemática
- Análise de sensibilidade estrutural
- Estimação de parâmetros-chave para calibragem (determinação da estrutura numérica)

Papel de formas funcionais

- Confiança excessiva em formas funcionais não-flexíveis
- Abordagem experimentalista vs. Abordagem conservadora (“tratabilidade”)

Estado-da-arte

Custos de transação no espaço

Dinâmica intertemporal das decisões das famílias e investimento

Integração de modelos

Boa prática

- Mecanismos de funcionamento, análise de sensibilidade sistemática, interpretação dos resultados

"Síndrome da caixa-preta"

- Modelos operacionais como **bens públicos**

Limitações metodológicas

Modelos EGC não são testáveis do ponto de vista estatístico

- Validação por comparação explícita com dados históricos pode ser feita apenas com modelos datados
- Modelos estáticos devem ser validados heuristicamente
- Comparação direta com episódios históricos
- Razoabilidade da especificação e parâmetros

"Model pre-selection": necessidade de se especificar hipóteses de funcionamento da economia antes da implementação do modelo

Desenho e representações de variáveis de políticas em modelos EGC

Trajetória temporal dinâmica (tecnologia, aprendizado, externalidades e economia política)

Caminhos futuros

Desafios de incorporação nos modelos de ideias da microeconomia e da macroeconomia modernas

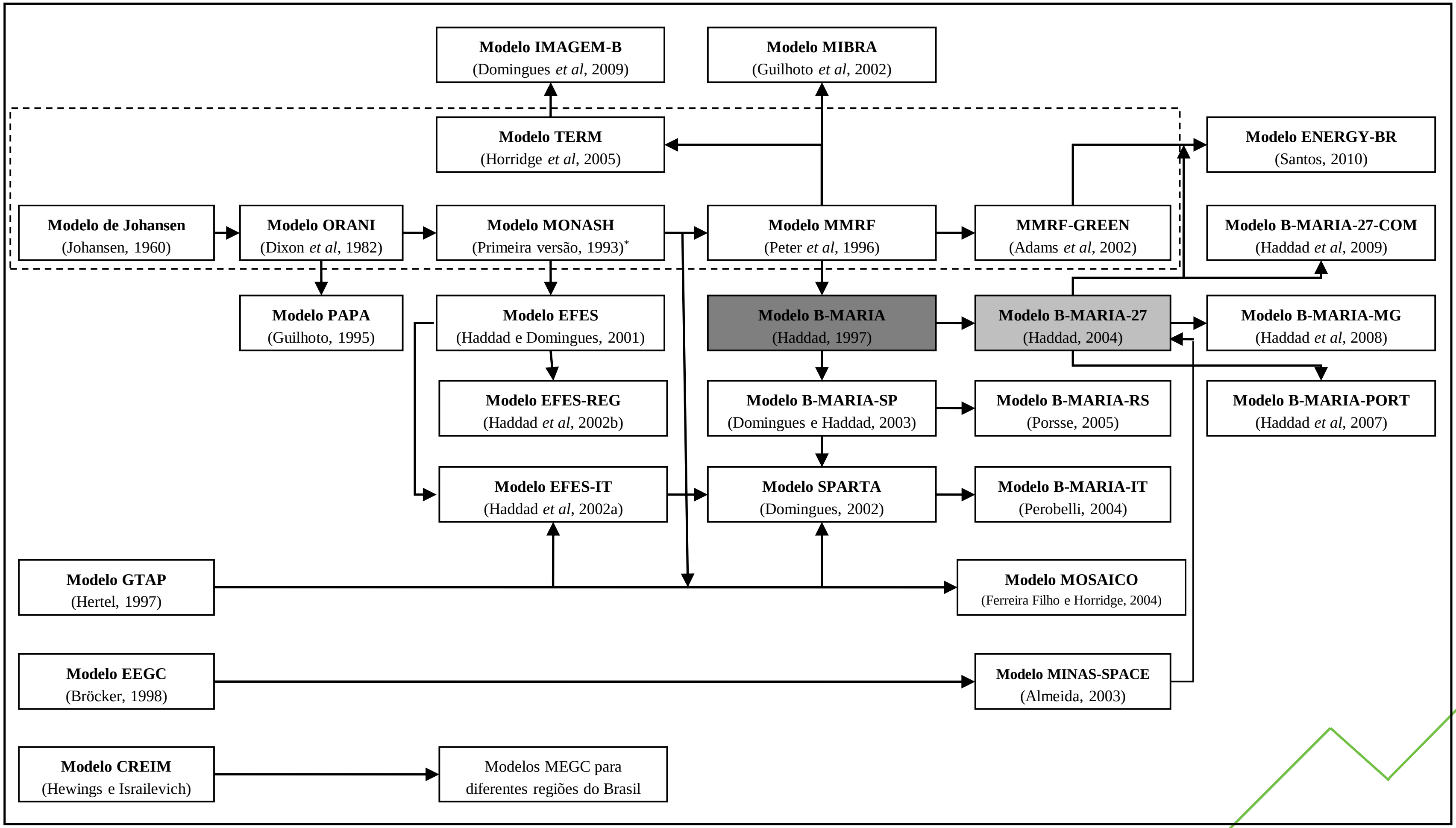
- Inclusão de diferenciação de produtos ao nível da firma, economias de escala, discriminação de preços e comportamento baseado na teoria dos jogos, risco
- Expectativas racionais, diferenças entre os efeitos de choques antecipados e não-antecipados, mudanças técnicas associada à acumulação de capital humano

Desafios de atualização, mensuração e estimação de componentes do banco de dados

Desafios de representação dos resultados de maneira clara e convincente

Desafios de integração metodológica de modelos, tendo um modelo EGC como núcleo central de modelagem

Experiência brasileira



Técnicas de modelagem de equilíbrio geral

Apresenta a descrição do modelo de insumo-produto e equilíbrio geral computável

Modelo de Insumo-Produto

Construído a partir de dados observáveis

- fluxos interindustriais (anuais, $)

Estrutura matemática

- n equações
- n incógnitas

$$z_{ij} = f\left(X_j\right)$$

Modelo de Insumo-Produto

	Setor 1	Setor 2	Y (Demanda Final)				Prod.
Setor 1	Z11	Z12	C1	I1	G1	E1	X1
Setor 2	Z21	Z22	C2	I2	G2	E2	X2
Setor de pagtos	L1	L2	-	-	-	-	L
	N1	N2	-	-	-	-	N
	M1	M2	-	-	-	-	M
	X1	X2	C	I	G	E	X

Opções de Mitigação de Emissões de Gases de Efeito Estufa em Setores-Chave do Brasil

Modelo de Insumo-Produto

$$X = X_1 + X_2 + L + N + M$$

$$X = X_1 + X_2 + C + I + G + E$$

$$\Rightarrow L + N + M = C + I + G + E$$

$$\text{ou } \underbrace{L + N}_{RNB} = \underbrace{C + I + G + (E - M)}_{PNB}$$

Opções de Mitigação de Emissões de Gases de Efeito Estufa em Setores-Chave do Brasil

Modelo de Insumo-Produto

$$X_1 = z_{11} + z_{12} + \ldots + z_{1i} + \ldots + z_{1n} + Y_1$$

$$X_2 = z_{21} + z_{22} + \ldots + z_{2i} + \ldots + z_{2n} + Y_2$$

$$\vdots$$

$$X_i = z_{i1} + z_{i2} + \ldots + z_{ii} + \ldots + z_{in} + Y_i$$

$$\vdots$$

$$X_n = z_{n1} + z_{n2} + \ldots + z_{ni} + \ldots + z_{nn} + Y_n$$

Modelo de Insumo-Produto

Pressuposto fundamental:

$$a_{ij} = \frac{z_{ij}}{X_j}$$

coeficiente técnico (fixo)

retornos constantes de escala

setores utilizam insumos em proporções fixas

Opções de Mitigação de Emissões de Gases de Efeito Estufa em Setores-Chave do Brasil

Modelo de Insumo-Produto

$$X_1 = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \ldots + a_{1i}X_i + \ldots + a_{1n}X_n + Y_1$$

$$X_2 = a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \ldots + a_{2i}X_i + \ldots + a_{2n}X_n + Y_2$$

$$\vdots$$

$$X_i = a_{i1}X_1 + a_{i2}X_2 + \ldots + a_{ii}X_i + \ldots + a_{in}X_n + Y_i$$

$$\vdots$$

$$X_n = a_{n1}X_1 + a_{n2}X_2 + \ldots + a_{ni}X_i + \ldots + a_{nn}X_n + Y_n$$

Modelo de Insumo-Produto

Definindo :

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1i} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2i} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & & & & & \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ii} & \dots & a_{in} \\ \vdots & & & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{ni} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad X=\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_i \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} \quad Y=\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_i \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}$$

$I = \text{matriz identidade } nxn$

Modelo de Insumo-Produto

$$(I - A)X = Y$$

se $|I - A| \neq 0 \Rightarrow$

$$X = (I - A)^{-1} Y$$

$(I - A)^{-1} \rightarrow$ matriz inversa de Leontief

Para um determinado setor i :

$$X_i = \alpha_{i1}Y_1 + \alpha_{i2}Y_2 + \ldots + \alpha_{ii}Y_i + \ldots + \alpha_{in}Y_n$$

$$\Rightarrow \frac{\partial X_i}{\partial Y_j} = \alpha_{ij}$$

$\alpha_{ij} \rightarrow$ requisitos diretos e indiretos de insumos do setor i por unidade adicional de demanda final à produção do setor j

Modelo de Insumo-Produto

Definindo :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1i} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2i} & \dots & a_{2n} \\ \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ii} & \dots & a_{in} \\ \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{ni} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_i \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_i \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}$$

I = matriz identidade nxn

Modelo de Insumo-Produto

	Setor 1	*Setor 2*	*Y*	*X*
Setor 1	150	500	350	1000
Setor 2	200	100	1700	2000
L+N+M	650	1400	1100	3150
X	1000	2000	3150	6150

Modelo de Insumo-Produto

$$Y_t = \begin{pmatrix} 350 \\ 1700 \end{pmatrix} \rightarrow Y_{t+1} = \begin{pmatrix} 600 \\ 1500 \end{pmatrix}$$

$$X_{t+1}\,?$$

Opções de Mitigação de Emissões de Gases de Efeito Estufa em Setores-Chave do Brasil

Modelo de Insumo-Produto

1)

$$A = \begin{pmatrix} 0.15 & 0.25 \\ 0.20 & 0.05 \end{pmatrix} \Rightarrow (I - A)^{-1} = \begin{pmatrix} 1.25 & 0.33 \\ 0.26 & 1.12 \end{pmatrix}$$

2)

$$X_{t+1} = (I - A)^{-1} Y_{t+1} = \begin{pmatrix} 1247 \\ 1841 \end{pmatrix}$$

Multiplicadores

- Análise de impacto *vs*. Projeção
- Foco de análise: a_{ij}
- Medidas-resumo
- Produto, renda, emprego, etc.
- Noção básica: efeito inicial de uma mudança exógena *vs*. efeito total

Projeções de Emprego Setorial

- Exemplo anterior: impacto na economia da nova demanda final projetada

- É possível traduzir efeitos sobre produção total em outras medidas

- Vetor de conversão

  exemplo: coeficientes de emprego por unidade monetária da produção setorial

Opções de Mitigação de Emissões de Gases de Efeito Estufa em Setores-Chave do Brasil

Projeções de Emprego Setorial

$$E = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 \end{bmatrix} \rightarrow \text{ vetor de conversão}$$

$$e_j = \frac{\text{pessoal ocupado no setor } j}{\text{VBP do setor } j}$$

$$\xi = \hat{E}X = \hat{E}\left[(I - A)^{-1} Y\right]$$

$$\xi = \begin{bmatrix} e_1 & 0 \\ 0 & e_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1 X_1 \\ e_2 X_2 \end{bmatrix}$$

Multiplicador de Produção

Definição: valor total da produção em todos os setores da economia necessário para satisfazer uma unidade monetária adicional da demanda final pela produção do setor *j*

$$\Delta X = (I - A)^{-1} \Delta Y$$

$$\Delta Y(1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \ \Delta Y(2) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Multiplicador de Produção

$$\Delta X(1) = (I - A)^{-1} \Delta Y(1) = \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.25 \\ 0.26 \end{pmatrix}$$

$$\Delta X(2) = (I - A)^{-1} \Delta Y(2) = \begin{pmatrix} \alpha_{21} \\ \alpha_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.33 \\ 1.12 \end{pmatrix}$$

$$O_j = \sum_{i=1}^{n} \alpha_{ij}$$

Modelos Fechados

- Endogeneizar o setor "família" $\rightarrow$ fechar o modelo em relação às famílias

- Justificativa:

  - Pagamento (renda) das famílias vem da utilização da mão-de-obra no processo produtivo

  - Consumo apresenta um certo padrão (e.g. grupo de renda, ocupação)

$$\Delta X \rightarrow \Delta W \rightarrow \Delta Y$$

Opções de Mitigação de Emissões de Gases de Efeito Estufa em Setores-Chave do Brasil

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & H_C \\ H_R & h \end{bmatrix}; \quad \bar{X} = \begin{bmatrix} X \\ X_{n+1} \end{bmatrix}; \quad \bar{Y} = \begin{bmatrix} Y^* \\ Y^*_{n+1} \end{bmatrix}$$

$$\left(I - \bar{A}\right)\bar{X} = \bar{Y}$$

$$\begin{bmatrix} I - A & -H_C \\ -H_R & 1-h \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X \\ X_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y^* \\ Y^*_{n+1} \end{bmatrix}$$

$$\left(I - A\right)X - H_C X_{n+1} = Y^*$$

$$-H_R X + (1-h)X_{n+1} = Y^*_{n+1}$$

$$\bar{X} = (I - A)^{-1}\bar{Y}$$

Exemplo Numérico

	1	2	C	Y*	X
1	150	500	50	300	1000
2	200	100	400	1300	2000
L	300	500	50	150	1000
N+M	350	900	500	400	2150
X	1000	2000	1000	2150	6150

A =

0.150	0.250	0.050
0.200	0.050	0.400
0.300	0.250	0.050

$(I - A)^{-1}$=

1.365	0.425	0.251
0.527	1.348	0.595
0.570	0.489	1.289

Capta efeitos induzidos (renda gerada via consumo)

Modelo Inter-regional

- Modelo regional: não reconhece as inter-relações entre regiões
- Região L desconectada do resto do país
- Efeito econômico total > $\sum_{r=1}^{R}\left(I - A^{LL}\right)^{-1}$
- Objetivo: captar ligações inter-regionais
- Demanda por dados é alta (métodos matemáticos para estimar fluxos inter-regionais de bens)

Estrutura Básica

Suponha: 3 setores em L e 2 setores em M

Informação:

$$z_{ij}^{ML}, z_{ij}^{LL}, z_{ij}^{LM}, z_{ij}^{MM}$$

$$Z = \begin{bmatrix} Z^{LL} & Z^{LM} \\ Z^{ML} & Z^{MM} \end{bmatrix}$$

Estrutura Básica

$$X_1^L = z_{11}^{LL} + z_{12}^{LL} + z_{13}^{LL} + z_{11}^{LM} + z_{12}^{LM} + Y_1^L$$

$$X_2^L, X_3^L, X_1^M, X_2^M \rightarrow \text{similar}$$

$$a_{ij}^{LL} = \frac{z_{ij}^{LL}}{X_j^L}, a_{ij}^{MM} = \frac{z_{ij}^{MM}}{X_j^M} \rightarrow \text{coeficiente de insumo regional}$$

$$a_{ij}^{ML} = \frac{z_{ij}^{ML}}{X_j^L}, a_{ij}^{LM} = \frac{z_{ij}^{LM}}{X_j^M} \rightarrow \text{coeficiente de comércio inter-regional}$$

Opções de Mitigação de Emissões de Gases de Efeito Estufa em Setores-Chave do Brasil

Estrutura Básica

$$A = \begin{bmatrix} A^{LL} & A^{LM} \\ A^{ML} & A^{MM} \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} X^{L} \\ X^{M} \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} Y^{L} \\ Y^{M} \end{bmatrix}$$

$$X = (I - A)^{-1} Y$$

<u>Vantagem</u>: captura a magnitude de efeitos sobre cada setor em cada região

<u>Desvantagem</u>: necessidade de dados + pressuposto de relações de comércio constantes

Feedback

- Efeito *spillover*: $\Delta Y^{L} \Rightarrow \Delta\,\text{demanda em M}$

  FIAT (MG) – Componentes (SP)

- Efeito *feedback*:

  FIAT (MG) – Componentes (SP) – Alumínio (MG)

$$\overbrace{\text{MG}}^{\textit{feedback}} \qquad\qquad \overbrace{\underbrace{MG \rightarrow SP}_{\textit{spillover}}}^{\textit{feedback}}$$

- Modelo inter-regional permite isolar a magnitude destes efeitos

Exemplo Numérico

		Região L			Região M		Y	X
		1	2	3	1	2		
Região L	1	150	500	50	25	75	200	1000
	2	200	100	400	200	100	1000	2000
	3	300	500	50	60	40	50	1000
Região M	1	75	100	60	200	250	515	1200
	2	50	25	25	150	100	450	800
VA		225	775	415	565	235		
X		1000	2000	1000	1200	800		

A=

0.150	0.250	0.050	0.021	0.094
0.200	0.050	0.400	0.167	0.125
0.300	0.250	0.050	0.050	0.050
0.075	0.050	0.060	0.167	0.313
0.050	0.013	0.025	0.125	0.125

$\mathbf{(I - A)^{-1} =}$

1.423	0.465	0.291	0.192	0.304
0.635	1.424	0.671	0.409	0.456
0.638	0.537	1.336	0.250	0.311
0.267	0.200	0.197	1.341	0.547
0.147	0.091	0.093	0.215	1.254

Modelo Regional vs. Modelo Inter-regional:

$$(I - A^{LL})^{-1} = \begin{bmatrix} 1.365 & 0.425 & 0.251 \\ 0.527 & 1.348 & 0.595 \\ 0.570 & 0.489 & 1.289 \end{bmatrix}$$

$$Y^L = \begin{bmatrix} 600 \\ 1500 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad X^L = \left.\begin{bmatrix} 1457 \\ 2339 \\ 1075 \end{bmatrix}\right\} 4871\ (-)$$

Erro

$\boxed{7.3\%}$

$$Y = \begin{bmatrix} 600 \\ 1500 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad X = \begin{bmatrix} \left.\begin{matrix} 1552 \\ 2516 \\ 1188 \end{matrix}\right\} 5256\ (+) \\ \hline 460 \\ 224 \end{bmatrix}$$

Obrigado!

weslem.faria@ufjf.edu.br
weslem_faria@yahoo.com.br